

**ESTIMACIÓN EMPÍRICA DEL MODELO
AMPLIADO DE SOLOW-SWAN Y LA
HIPÓTESIS DE CONVERGENCIA
CONDICIONAL, 1985-2011
EMPIRICAL ESTIMATION OF THE
EXTENDED SOLOW-SWAN MODEL AND
THE CONDITIONAL CONVERGENCE
HYPOTHESIS, 1985-2011**

Eduardo Rosas Rojas

Universidad Autónoma del Estado de México

Centro Universitario UAEM Valle de México

erosasr@uaemex.mx

RESUMEN

Se analizan los determinantes del crecimiento económico en los países no productores de petróleo y los países de la OCDE con base en el modelo propuesto por Mankiw-Romer-Weil (MRW). La muestra abarca el período 1985-2011 y la técnica utilizada es el análisis de regresión de sección transversal. Se demuestra que el modelo de Solow-Swan ampliado, que incluye acumulación de capital humano y capital físico, proporciona una descripción precisa de los datos entre países. La evidencia indica que, al mantener el crecimiento de la población y la acumulación de capital constante, sólo los países de la OCDE convergen aproximadamente a la tasa que predice el modelo de MRW.

Palabras clave: modelo aumentado de Solow-Swan, crecimiento económico, capital humano, modelos de sección transversal

Clasificación JEL: C21, O47, E24

ABSTRACT

The objective of the paper is to analyze the determinants of economic growth in non-oil producing countries and OECD countries considering the model proposed by Mankiw-Romer-Weil (MRW) as the method of analysis. The sample of the study covered the period 1985-2011, the technique used is cross-sectional model. It shows that an augmented Solow-Swan model that includes accumulation of human capital and physical capital provides an accurated description of the cross-country data. The evidence indicates that, holding population growth and capital accumulation constant, only OECD countries converge at about the rate the MRW model predicts.

Key Words: augmented Solow-Swan model, economic growth, human capital, cross-sectional model.

*Agradezco los comentarios y sugerencias de los dictaminadores anónimos, los cuales contribuyeron sustancialmente a mejorar la investigación, asimismo agradezco al proyecto: Análisis del impacto de la política cambiaria en la economía de México, de la UAEM-CA-96 y al financiamiento otorgado para la presente investigación. Los errores que pudieran prevalecer son responsabilidad del autor.

1. INTRODUCCIÓN

El modelo de Solow-Swan (SS en adelante) es el punto de partida de los modelos econométricos de crecimiento económico, por tanto, una parte

fundamental de la teoría económica que debe ser comprendido en todas sus implicaciones. Esta investigación parte de los artículos seminales de Robert Solow y Trevor Swan propuestos en el año de 1956. Al tomar las tasas de ahorro y crecimiento poblacional como exógenas, mostraron que estas dos variables determinan el nivel de ingreso per cápita en el estado estable. Es decir que, entre más alta sea la tasa de ahorro, más rico será el país. Y entre más alta sea la tasa de crecimiento de la población en edad laboral, más pobre será el país.

La investigación busca demostrar que las predicciones del modelo SS, como una primera aproximación, son consistentes, con la evidencia empírica internacional. Al examinar los datos disponibles más recientes para un amplio conjunto de países, se busca probar si el ahorro y el crecimiento poblacional en edades laborales afectan el ingreso per cápita en la dirección que el modelo señala.

Posteriormente, se busca demostrar la relevancia y la pertinencia del modelo de SS ampliado con acumulación de capital humano, propuesto por Mankiw, Romer y Weil (1992) (MRW en adelante). Para probar este modelo se incluye una variable para la acumulación de capital humano como una regresora explicativa adicional en el modelo de regresión de sección cruzada. Se pretende demostrar que la inclusión de la acumulación de capital humano provee mejores estimadores con la dirección y magnitud que predice el modelo ampliado de SS.

Después de desarrollar y probar el modelo MRW, se examina un tema que ha recibido mucha atención en las últimas décadas. La falla de los países para converger en el ingreso per cápita. Se busca demostrar si alguna de las muestras de países seleccionados experimenta convergencia condicional.

La investigación está organizada en seis secciones. En la primera la introducción, en la segunda se lleva a cabo una revisión de la literatura del crecimiento económico, desde los economistas clásicos hasta el modelo MRW. En la tercera se plantea el marco teórico en el cual se expone el modelo básico de Solow-Swan, posteriormente el modelo de Mankiw-Romer-Weil y su relación con el concepto de convergencia condicional. En la cuarta sección se instrumenta la metodología para la calibración del modelo. Enseguida se presentan los resultados y en la última sección se ofrecen las conclusiones.

2. REVISIÓN DE LA LITERATURA

Los economistas clásicos, como Adam Smith (1776), David Ricardo (1817) y Thomas Malthus (1798), y mucho tiempo después Frank Ramsey (1928) y Joseph Schumpeter (1934) aportaron muchos de los ingredientes básicos que aparecen en las teorías modernas del crecimiento económico. El inicio de la teoría moderna del crecimiento es el artículo clásico de Ramsey sobre la optimización en el tiempo del comportamiento de los hogares, que va más allá de su simple aplicación a la teoría del crecimiento; en la actualidad resulta difícil hablar de la teoría del consumo, de los precios de los activos o incluso del ciclo económico sin acudir a las condiciones de optimización que Ramsey aporta a la economía. La función de utilidad intertemporal de Ramsey se utiliza hoy en día tanto como la función de producción Cobb-Douglas (Barro y Sala-i-Martin, 2009).

Entre lo expuesto por Ramsey en 1928 y finales de los cincuenta, Harrod (1939) y Domar (1946) trataron de integrar el análisis keynesiano en la teoría del crecimiento económico. Utilizaron funciones de producción con escaso grado de sustitución entre los factores para argumentar que el sistema capitalista era fundamentalmente inestable.

Las siguientes aportaciones de importancia fueron de Solow (1956) y Swan (1956). El aspecto básico del modelo de Solow-Swan radica en la forma neoclásica de la función de producción, un requisito que entraña rendimientos constantes a escala, rendimientos decrecientes de cada factor y un cierto grado de elasticidad de sustitución entre los factores. Esa función de producción se combina con una tasa de ahorro constante para generar un modelo de equilibrio general de la economía.

Una predicción de dichos modelos, y que ha sido analizada seriamente como hipótesis empírica, es la convergencia condicional. Cuanto menor sea el nivel inicial de Producto Interno Bruto (PIB en adelante) per cápita, en relación con la posición a largo plazo o estado estacionario, mayor será la tasa de crecimiento. Esta propiedad surge del supuesto de rendimientos decrecientes de capital; aquellas economías que disponen de menos capital por trabajador (en relación con su capital por trabajador a largo plazo) tienden a tener tasas de rentabilidad más elevadas y mayores tasas de crecimiento.

Cass (1965) y Koopmans (1965) vuelven a introducir en el modelo neoclásico de crecimiento el análisis de la optimización del consumidor de Ramsey, así aportaron la determinación endógena de la tasa de ahorro. Dicha solución permite una dinámica de transición más compleja y tiende a mantener la hipótesis de convergencia condicional. El carácter endógeno del ahorro no elimina la dependencia de la tasa de crecimiento per cápita a largo plazo de un progreso tecnológico de carácter exógeno.

Romer (1986: 1015) plantea un modelo de crecimiento óptimo similar al de Cass-Koopmans, con agentes en un horizonte infinito que buscan su máximo beneficio. Se considera una función de producción con externalidades de capital, la experiencia acumulada por la práctica y el desbordamiento de conocimientos, es decir, cuando las empresas incrementan su acumulación de capital mediante la inversión, además de aumentar su propia producción, aumentan la producción de las empresas que la rodean. Lo que llevo a pensar al autor que la acumulación de conocimientos de una economía crece en la misma dirección que la inversión física de capital.

Con base en la misma idea, Barro (1990: 104-112) plantea un modelo de crecimiento que incorpora el sector público. En su función de producción introduce tanto el capital privado como el flujo de inversión suministrado por el gobierno. El gobierno introduce un impuesto sobre la renta para financiar su gasto y este es proporcional y constante en el tiempo. En su modelo la idea fundamental es que cuando los individuos opten por ahorrar una unidad de ingreso, y con ella comprar una unidad de capital, aumentan el ingreso nacional en la cantidad equivalente a la productividad marginal del capital. A su vez, el impuesto sobre la renta hace que el ingreso se modifique a través de un incremento en el erario público y éste, por su parte, induce un incremento del gasto, por tanto, cada vez que una empresa aumente su capital, está aumentando simultáneamente el gasto público y, con ello, se genera un efecto positivo sobre la la producción.

Años más tarde, Lucas (1988: 17) plantea el concepto de capital humano, entendido como el tiempo dedicado al aprendizaje y admite al menos dos formas de obtenerlo: la educación formal y lo que en la literatura se denomina *learning by doing* (o aprendizaje en el trabajo o haciendo

cosas). Argumenta que es la abundante disposición y generación de mano de obra calificada y educada la responsable de un crecimiento sostenido en el largo plazo. Por ello, el capital humano puede generar economías externas que contrarrestan la tendencia a los rendimientos decrecientes por la acumulación de capital físico. En su modelo propone dos sectores, uno que acumula capital humano y otro que produce bienes finales, ambos con tecnologías diferentes; esto lo lleva a dos ecuaciones diferentes que ilustran la acumulación de capital humano y capital físico con tasas de crecimiento iguales en el largo plazo. Concluye que las diferencias en las tasas de crecimiento a largo plazo no se deben en gran medida a la acumulación de capital físico, que pasa a tener un papel secundario, sino de manera destacable a la acumulación de capital humano.¹

2.1. El capital humano como condicionante del crecimiento económico

Varios autores (como Barro, 1991; Levine y Renelt, 1992; Mankiw, Romer y Weil, 1992; Easterly y Levine 1997; Hanushek y Woessmann, 2012) analizan el impacto del capital humano en el crecimiento económico, generalmente medido como la tasa de crecimiento anual del producto interno bruto por trabajador, en términos reales.

Igual que la acumulación de capital físico, la adquisición de habilidades y conocimientos es un medio de formación de capital que retrasa el consumo con el objetivo de aumentar los ingresos futuros. El capital humano mejora la calidad del trabajo, aumentando su productividad (Mankiw, Romer y Weil, 1992). Por lo general, se considera que un año escolar adicional aumentará la productividad y la eficiencia de los trabajadores, y, en consecuencia, sus ingresos. De igual forma, las diferencias en la escolaridad promedio de los países están relacionadas con diferentes tasas de crecimiento económico. Por ejemplo, Easterly y Levine (1997) encontraron que el bajo crecimiento económico observado en los países africanos se debe, en parte, a las bajas tasas de escolaridad.

1 La acumulación de capital humano es una de las tres formas en las que se puede superar el crecimiento exógeno. Las otras dos son la eliminación de los rendimientos decrecientes y la incorporación en los modelos de un sector dedicado a la investigación y el desarrollo (Solow, 2000).

El capital humano es el que dirige la investigación y desarrollo (I + D), lo que favorece la innovación y el progreso tecnológico, lo que conduce a un aumento de la productividad y la creación de nuevos productos (Romer, 1990; Benhabib y Spiegel, 1994; Teixeira y Fortuna, 2011; Bodman y Le, 2013). Esto significa que cuanto más educada sea la fuerza laboral de un país, mayores serán los beneficios de las actividades de I + D en términos de crecimiento económico. El capital humano favorece la absorción de nuevas ideas (capacidad de absorción) y productos ya creados por otros países. Lo que fomenta una convergencia más rápida de las economías mediante la importación de equipo y tecnología (Bodman y Le, 2013). A través de los mecanismos descritos anteriormente, el capital humano va a promover una mayor inversión en capital físico.

De acuerdo con la teoría neoclásica, el capital humano contribuye a una convergencia condicional más rápida de los países, para los niveles de ingreso per cápita en estado estacionario. Para evaluar su impacto en el crecimiento económico es necesario medir la acumulación de esta variable en cada país. Por ello, los investigadores utilizan diversas variables *proxy* para medir la acumulación de capital humano, tales como: la tasa de alfabetización (Romer, 1990), la tasa de escolaridad primaria y secundaria (Barro, 1991), el promedio de años de escolaridad de los adultos (Easterly y Levine, 1997; Barro y Lee, 2013). Las actividades intensivas en conocimiento contratan a personas con mayores habilidades y conocimientos, ya que son más productivos y capaces de potenciar el surgimiento de nuevos productos y procesos (Hartwig, 2012).

La mayoría de los estudios han mostrado una relación positiva y estadísticamente significativa entre el capital humano y el crecimiento económico, medido como el ingreso por trabajador (Barro, 1991; Mankiw, Romer y Weil, 1992; Easterly y Levine, 1997; Breton, 2011; Bodman y Le, 2013) independientemente de la variable *proxy* utilizada. Por su parte, Hanushek y Woessmann (2012) introducen la variable calidad en la educación, mediante la utilización de los resultados de las pruebas de evaluación internacionales,² como variable *proxy*, y encontraron

2 La prueba del Programa para la evaluación internacional de los estudiantes (PISA por sus siglas en inglés) y la prueba del Estudio de las tendencias en matemáticas y ciencias (TIMSS por sus siglas en

un impacto positivo y estadísticamente significativo de éstas sobre el crecimiento económico.

Sin embargo, algunos otros investigadores como Levine y Renelt (1992), Benhabib y Spiegel (1994), Mauro (1995) y Moral-Benito (2012) no encontraron algún efecto estadísticamente significativo del capital humano sobre el crecimiento económico. Esto podría deberse a que la variable de control utilizada fue la tasa de inscripción a la educación primaria y secundaria. Además de que la utilización de muestras pequeñas y poco representativas también puede afectar los resultados (Temple, 1999).

Cuadro 1

Principales estudios empíricos sobre el crecimiento económico (con capital humano como variable principal)

<i>Autores (año)</i>	<i>Periodo</i>	<i>Países y fuente</i>	<i>Método de estimación</i>	<i>Variables proxy relevantes</i>
Barro (1991)	1960-1985	98 países (Summers y Heston, 1998)	Modelo de corte transversal	Tasa de crecimiento del PIB per cápita (% anual), capital humano: tasa de inscripción a primaria y secundaria (1960), PIB inicial: PIB real per cápita en 1960, capital físico: inversión promedio en capital físico entre 1960-1985 (%PIB), gasto público: promedio del consumo público real entre 1960 y 1985 (% PIB), instituciones: número de revoluciones sociales (1960-1985), número de asesinatos por millón.
Levine y Renelt (1992)	1960-1989	119 países, se excluyen exportadores de petróleo (Banco Mundial y Fondo Monetario Internacional)	Modelo de corte transversal	Tasa de crecimiento del PIB per cápita (% anual), capital humano: tasa de inscripción a primaria y secundaria (1960), PIB inicial: PIB real per cápita en 1960, capital físico: inversión en capital físico por las cuentas nacionales del Banco Mundial (% PIB), gasto público: consumo público real (% PIB) de cuentas nacionales del BM.

inglés) aplicada a los estudiantes de los grados cuarto y octavo (Temple y Woessmann, 2006).

Mankiw-Romer-Weil (1992)	1960-1985	98 países: de la OCDE y no productores de petróleo (Summers et al., 1998)	Modelo de corte transversal	Logaritmo del PIB dividido por la población en edad de trabajar, capital humano: población en edad de trabajar con educación secundaria (%), n: tasa de crecimiento de la población, tasa de depreciación y tasa de crecimiento de la tecnología ($d+g=0.5$), capital físico: inversión en capital físico (público y privado) (%PIB).
Easterly y Levine (1997)	1960-1970-1980	127 países	Modelo de corte transversal	Tasa de crecimiento del PIB per cápita, capital humano: logaritmo del promedio de escolaridad obtenida, PIB inicial, logaritmo del ingreso por décadas (1960, 1970, 1980), instituciones: índices de inestabilidad política, diversidad étnica.
Acemoglu Johnson y Robinson, (2001)	1985-1995	64 países (influencias-colonización europea)	M.C.O. y M.C.2.E	Logaritmo del PIB per cápita (PPC de 1995), capital humano, promedio de protección contra riesgo de expropiación 1985-1995, índice de democracia, asentamientos europeos en 1990.
Temple y Woessmann (2006)	1960-1996	76 países	Modelo de corte transversal	Logaritmo del PIB per cápita (1960-1996), capital humano: logaritmo del promedio de educación obtenida, cambio estructural: cambios en los componentes del empleo por sector.
Hartwig (2012)	1970-2005	18 economías pertenecientes a la OCDE	Método de causalidad de Granger	PIB real per cápita, capital humano: gasto en educación y salud, cambio estructural: medido como el cambio en la composición de las erogaciones por sector.
Iqbal y Daly (2014)	1986-2010	52 economías de ingreso medio	Modelos de datos de panel dinámicos	Tasa de crecimiento del PIB per cápita (% anual), capital humano: índice de desarrollo humano construido por el proyecto de desarrollo de las Naciones Unidas (UNDP), PIB Inicial: PIB per cápita, capital físico: formación bruta de capital (% PIB), instituciones: índice de corrupción, libre de corrupción, fuerza de la democracia.

Fuente: Elaboración propia.



El cuadro muestra que la mayoría de las investigaciones desarrolladas acerca de los determinantes del crecimiento económico, que giran en torno a la función del capital humano, han sido estimadas mediante la técnica de datos de corte transversal. La principal razón para utilizar esta metodología es que se permite la heterogeneidad de las unidades de estudio, lo que permite desarrollar un análisis comparativo entre las dos muestras de interés. También se debe señalar que la falta de información, principalmente en las economías en desarrollo, es una de las limitantes más destacadas para llevar a cabo otro tipo de metodologías.

3. MARCO TEÓRICO

3.1. El modelo básico de Solow-Swan

En el mundo real la producción requiere numerosos y diversos factores representados por: capital físico $K_{(t)}$, trabajo $L_{(t)}$ y conocimiento $T_{(t)}$ (Barro y Sala-i-Martin, 2009). La función de producción tiene la siguiente forma:

$$Y(t) = F(K(t), L(t), A(t)) \quad (1)$$

La $Y(t)$ representa el flujo del producto obtenido en el momento t . El capital $K(t)$ son los factores físicos duraderos tales como la maquinaria, los edificios, etc. El segundo factor de la función de producción, el trabajo, $L(t)$, representa los factores vinculados a los individuos, comprende el número de trabajadores y horas que trabajan, así como su fuerza física, su formación y salud. El tercer factor es el nivel de conocimientos o tecnología, $A(t)$. Los trabajadores y la maquinaria no pueden producir sin una receta o programa que describa el proceso.

Se supone una tecnología productiva de un único sector, en el que la producción es un bien homogéneo que puede consumirse, $C(t)$, o ser invertido, $I(t)$. La inversión se utiliza para crear nuevas unidades de capital físico, $K(t)$, o para remplazar el capital obsoleto y depreciado. Supongamos, además, una economía cerrada sin gasto público, toda la producción se dedica

al consumo o a la inversión bruta con lo que $Y(t) = C(t) + I(t)$. Si se resta $C(t)$ a ambos miembros y tener en cuenta que la producción es igual a la renta, se obtiene que en esta economía el ahorro, $S(t) = Y(t) - C(t)$, es igual a la inversión, $I(t)$.

Denominemos $s(\cdot)$ a la tasa de ahorro, es decir, a la parte ahorrada de la producción, con lo que $1-s(\cdot)$ es la parte consumida de la producción. La función toma la forma de una constante $0 \leq s(\cdot) \leq 1$ (Barro y Sala-i-Martin, 2009).

Si se acepta el supuesto de que el capital es un bien homogéneo que se deprecia a una tasa constante $\delta > 0$; es decir, en cada fracción de tiempo una proporción constante del inventario de capital se desgasta y, por tanto, ya no puede ser utilizada en la producción.

En un periodo la primera derivada del inventario de capital dividida entre el factor trabajo es igual a la inversión bruta menos la depreciación:

$$k'(t) = I(t) - \delta K(t) = s \cdot F[K(t), L(t), A(t) - \delta K(t)] \quad (2)$$

En el que $k(t) \equiv dK(t)/d(t)$. La ecuación (2) determina la dinámica de K para una tecnología y trabajo dados. El factor trabajo, L , varía a lo largo del tiempo, responde al crecimiento de la población,³ a modificaciones en las tasa de actividad, a cambios en el número de horas trabajadas y a mejoras en las calificaciones y la calidad de los trabajadores. De igual forma, el crecimiento de la población depende del comportamiento de la fertilidad, la mortalidad y los movimientos migratorios. Tanto $L(t)$ como $A(t)$ se asume que crecen exógenamente a tasas n y g :

$$L_{(t)} = L = L_{(0)}e^{nt} \quad (3)$$

$$A_{(t)} = A_{(0)}e^{gt} \quad (4)$$

El número de unidades efectivas de trabajo, $A_{(0)} L_{(0)}$, crece a tasas $n + g$.

3 “Considerados aceptados los postulados, la capacidad de crecimiento de la población es infinitamente mayor que la capacidad de la tierra para producir alimentos para el hombre. La población, si no encuentra obstáculos, aumenta en progresión geométrica. Los alimentos tan sólo aumentan en progresión aritmética...” (Malthus, 1798: 68).

Si se determina como varían el capital o el PIB a lo largo del tiempo se conocerán también las tasas de crecimiento de estas variables. A continuación se observa que dicho comportamiento depende esencialmente de las propiedades de la función de producción. Para Barro y Sala-i-Martin (2009) una función de producción $F(k,L,A)$ es neoclásica si tiene las siguientes características:

- Rendimientos constantes a escala

$$F(\lambda K, \lambda L, A) = \lambda^* (k.L.A) \quad \text{Para todo } \lambda > 0$$

- Rendimientos positivos y decrecientes de los factores privados. Para todo $K > 0$ y $L > 0$, $F(.)$ se caracteriza por tener productos marginales positivos y decrecientes en cada factor:

$$\frac{\partial F}{\partial K} > 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial L} > 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0$$

- Condiciones de Inada. La tercera característica definitoria de la función de producción neoclásica establece que el producto marginal del capital (o de trabajo) tiende a infinito cuando el capital (o el trabajo) tiende a 0, y tiende a 0 cuando el capital (o el trabajo) tiende a infinito:

$$\lim_{k \rightarrow 0} \left(\frac{\partial F}{\partial K} \right) = \lim_{L \rightarrow 0} \left(\frac{\partial F}{\partial L} \right) = \infty$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{\partial F}{\partial K} \right) = \lim_{L \rightarrow \infty} \left(\frac{\partial F}{\partial L} \right) = 0$$

Ahora se construye el modelo en términos per cápita y se estudia principalmente el comportamiento dinámico de las variables per cápita de

PIB, consumo y capital. Generalmente se acepta que la función Cobb-Douglas describe razonablemente bien las economías reales.

$$Y_{(t)} = K^{\alpha}(AL)^{1-\alpha} \quad 0 < \alpha < 1 \quad (5)$$

Dada una función de producción que depende del capital, el trabajo y la tecnología se tiene:

$$Y = F(K, AL)$$

$$\frac{Y}{AL} = \frac{F(K, AL)}{AL} = F\left(\frac{K}{AL}, 1\right)$$

$$y = \frac{Y}{AL} \quad f(k) = F\left(\frac{K}{AL}, 1\right)$$

$$y = f(k)$$

Dada la ecuación (2) en términos per cápita se tiene:

$$\frac{K'}{AL} = sf(k) - dk \quad (6)$$

$$k' = \frac{K'}{AL} = \frac{\partial \left(\frac{K}{AL}\right)}{\partial t} = \frac{K'AL - A'KL - L'AK}{(AL)^2}$$

$$k' = \frac{K'}{AL} - \frac{A'KL}{(AL)^2} - \frac{L'AK}{(AL)^2}$$

$$k' = \frac{K'}{AL} - g \frac{K}{AL} - n \frac{K}{AL}$$

$$k' = \frac{K'}{AL} - gk - nk$$

$$\frac{K'}{AL} = k' + (n + g)k \quad (7)$$

Al igualar las ecuaciones (6) y (7) se obtiene la ecuación diferencial fundamental de la acumulación de capital.

$$k' = sf(k) - (n + d + g)k \quad (8)$$

En el estado estacionario el inventario de capital por unidad eficiente de trabajo no cambia en el tiempo: $k' = 0$, se tiene que:

$$sf(k) = (n + d + g)k \quad (9)$$

Si se utiliza la función de producción tipo Cobb–Douglas en términos per cápita se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{Y}{AL} &= \frac{K^\alpha (AL)^{1-\alpha}}{AL} = \frac{K^\alpha}{AL^{1-(1-\alpha)}} = \frac{K^\alpha}{AL^\alpha} = \left(\frac{K}{AL}\right)^\alpha \\ \frac{Y}{AL} &= \left(\frac{K}{AL}\right)^\alpha = [k]^\alpha \\ f(k) &= y = k^\alpha \end{aligned} \quad (10)$$

Al sustituir la función de producción per cápita (10) en la ecuación de estado estacionario (9) se tiene que:

$$\begin{aligned} sk^\alpha &= (n + d + g)k \\ s &= \frac{(n + d + g)k}{k^\alpha} \\ k &= \left[\frac{s}{n + d + g} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \end{aligned} \quad (11)$$

Al simplificar la ecuación de producción per cápita se encuentra que:

$$\frac{Y}{L} = AK^\alpha = A \left[\frac{s}{n + d + g} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = A_{(0)} e^{\rho t} \left[\frac{s}{n + d + g} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Con la aplicación de logaritmos:

$$\begin{aligned} \ln \left[\frac{Y}{L} \right] &= \ln \left[A_{(0)} e^{\rho t} \left[\frac{s}{n + d + g} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \right] \\ \ln \left[\frac{Y}{L} \right] &= \ln A_{(0)} + \rho t + \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right) \ln(s) - \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right) \ln(n + d + g) \end{aligned}$$

De esta forma se llega a la especificación empírica de la función de ingreso per cápita en el estado estable, en la que se observa, claramente, que el modelo de Solow-Swan centra su atención en el impacto que tienen el ahorro y el crecimiento de la población sobre el ingreso real. El modelo predice tanto el signo como la magnitud de los coeficientes de ahorro y crecimiento poblacional. De acuerdo con Mankiw, Romer y Weil (1992), la participación del capital en el ingreso es aproximadamente un tercio, el modelo implica una elasticidad del ingreso per cápita con respecto a la tasa de ahorro de aproximadamente 0.5 y una elasticidad con respecto a $(n+d+g)$ de cerca de $-1/2$.

La cuestión fundamental a considerar es si los datos y la evidencia empírica apoyan las predicciones del modelo de Solow referente a los determinantes del estándar de vida. El objetivo de la investigación es determinar si el ingreso real es mayor en países con altas tasas de ahorro y menor en países con valores altos de $(n + g + d)$. Igual que en Mankiw, Romer y Weil (1992), se asumirá que $g + d$ son constantes entre los países, refleja primordialmente el avance del conocimiento. No existe alguna razón poderosa para esperar que las tasas de depreciación discrepen considerablemente entre los países, además de que no existen datos que nos permitan estimar las tasas de depreciación de los países en específico. El término refleja no solo la tecnología, sino la dotación de recursos, el clima, las instituciones, etc. Por lo que éste puede diferir entre países.

Se asume que: $\ln A_{(0)} = \alpha + \varepsilon_t$, donde ε es un choque específico de cada país y α es una constante. De esta forma obtenemos el modelo econométrico.

$$\ln \left[\frac{Y}{L} \right] = \alpha + \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right) \ln(s) - \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right) \ln(n + g + d) + \varepsilon_t \quad (12)$$

Esta ecuación es nuestra especificación empírica. Se asume que las tasas de ahorro y crecimiento poblacional son independientes del término de perturbación estocástica. Esta suposición implica que se puede estimar la ecuación (12) con mínimos cuadrados ordinarios (MCO). Los datos sobre la participación de los factores implica que, si el modelo es correcto, la elasticidad de (Y/L) con respecto a (s) y $(n + g + d)$ son aproximadamente

0.5 y -0.5. Si MCO provee coeficientes que sean sustancialmente diferentes de estos valores, entonces se puede rechazar la hipótesis conjunta de que el modelo de Solow y las suposiciones identificadas son correctos.

3.2. El modelo ampliado de Solow-Swan (MRW) y la acumulación de capital humano

En este apartado se explora el efecto que tiene la adición de la acumulación de capital humano en el modelo de crecimiento de Solow. Como ya se ha señalado, incluir el capital humano puede modificar potencialmente el análisis empírico del crecimiento económico. A un nivel teórico, capturar apropiadamente el efecto de ésta variable puede conducir a estimaciones más precisas del proceso de crecimiento económico. Lucas (1988), por ejemplo, asume que aunque existen rendimientos decrecientes para la acumulación del capital físico cuando el capital humano se mantiene constante, los rendimientos para todo el capital reproducible (capital humano más físico) son constantes.

Se expande el modelo de Solow de la sección previa para incluir el capital humano. Se ha evidenciado que dejarlo fuera afecta los coeficientes de la tasa de crecimiento de inversión en capital físico y de la fuerza laboral. Posteriormente se recalibra la regresión para ver si la variable de capital humano puede resolver las anomalías encontradas en el primer modelo. Así de acuerdo con Mankiw, Romer y Weil (1992), dada la función de producción:

$$Y(t) = K(t)^{\alpha} H(t)^{\beta}, (A(t)L(t))^{1-\alpha-\beta}$$

Donde H representa la acumulación de capital humano y todas las demás variables son definidas como antes. Dada s_k la fracción de ingreso invertido en capital físico y s_h la fracción invertida en capital humano. La evolución de la economía se encuentra determinada por:

$$k'(t) = s_k y(t) - (n + g + d) k(t) \quad (a)$$

$$k'(t) = s_k y(t) - (n + g + d) h(t) \quad (b)$$

Donde $y = Y/AL$, $k = K/AL$ y $h = H/AL$ y son cantidades por unidad efectiva de trabajo. Se asume que la misma función de producción aplica para el capital humano y el capital físico. En otras palabras, una unidad de consumo puede ser transformada sin costo, ya sea en una unidad de capital físico o de capital humano. Además, asumimos que éste último se deprecia a una misma tasa que el primero.

Se asume que $\alpha + \beta < 1$, lo cual implica que existen rendimientos decrecientes para todo el capital. (Si entonces habrá rendimientos constantes a escala en los factores de producción. En este caso, no existe un estado estable para el modelo). Las siguientes ecuaciones, (a) y (b) implican que la economía converge al estado estable definido por:

$$k^* = \left[\frac{s_k^{1-\beta} s_h^\beta}{n+g+d} \right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \quad (13)$$

$$h^* = \left[\frac{s_k^\alpha s_h^{1-\alpha}}{n+g+d} \right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \quad (14)$$

Al combinar la ecuación (12) con la ecuación para el nivel de capital humano de estado estable dado en (11) se produce una ecuación para el ingreso como una función de la tasa de inversión en capital físico, la tasa de crecimiento de la fuerza laboral y el nivel de capital humano.

$$\ln \left[\frac{Y}{L} \right] = \ln A_{(0)} + gt + \left(\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta} \right) \ln(s_k) - \left(\frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta} \right) \ln(n+d+g) + \left(\frac{\beta}{1-\alpha-\beta} \right) \ln(s_h) \quad (15)$$

Esta ecuación, desarrollada por Mankiw, Romer y Weil (1992), muestra como el ingreso per cápita depende de la tasa de crecimiento de la fuerza laboral y la acumulación de capital físico y humano. Igual que el modelo pasado, el modelo aumentado predice los coeficientes en la ecuación

(15), que son función de la participación de cada factor. Como antes, es la participación del capital físico en el ingreso, por lo que se espera un valor de de aproximadamente un tercio. La calibración de un valor razonable de β , que es la participación del capital humano, resulta más compleja⁴.

La ecuación (11) hace dos predicciones respecto a la regresión construida en la sección anterior, en la que el capital humano fue omitido. La primera, incluso si $\ln(s_h)$ es independiente de las otras variables del lado derecho de la ecuación, el coeficiente en $\ln(s_h)$ es mayor que $\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)$. Por ejemplo, si $\alpha = \beta = 1/3$ entonces el coeficiente en $\ln(s_k)$ sería 1. Ya que un mayor ahorro lleva a mayores ingresos, esto conduce a un mayor nivel de capital humano en el estado estable, incluso si el porcentaje del ingreso dedicado a la acumulación de capital humano permanece sin cambio. De esto se infiere que la presencia de la acumulación de capital humano incrementa el impacto de la acumulación de capital físico en el ingreso.

La segunda es que el coeficiente en $\ln(n + d + g)$ es mayor en valor absoluto que el coeficiente en $\ln(s_k)$. Si $\alpha = \beta = 1/3$, por ejemplo, el coeficiente en sería de -2. En este modelo un alto crecimiento de la fuerza laboral disminuye el ingreso per cápita, ya que la cantidad de capital físico y humano debe distribuirse en proporciones más pequeñas entre la población.

3.3. El modelo ampliado de Solow-Swan (MRW) y el concepto de convergencia condicional

El principal objetivo en esta sección es examinar la evidencia sobre la hipótesis de convergencia para señalar si esto contradice el modelo de MRW. El modelo predice que los países alcanzan diferentes estados estacionarios. En la sección anterior se comentó que muchas de las diferencias entre países en el ingreso per cápita pueden ser debidas a los diferentes determinantes del estado estable en el modelo de crecimiento MRW: acumulación de capital

4 De acuerdo con Mankiw, Romer y Weil (1992), en Estados Unidos el salario mínimo (aproximadamente los rendimientos para el factor trabajo sin capital humano) tiene un promedio entre 30 y 50 por ciento del salario promedio en el sector manufacturero. Este hecho sugiere que de 50 a 70 por ciento del total del ingreso por el factor trabajo está representado por los rendimientos del capital humano, es decir se encuentra entre un tercio y un medio.

humano, capital físico y el crecimiento de la fuerza laboral. De esta manera, el modelo no predice convergencia, solo predice que el ingreso per cápita en un país dado converge al valor de estado estable de ese país. En otras palabras, el modelo de MRW predice convergencia únicamente después de controlar los determinantes del estado estable, un fenómeno conocido como “convergencia condicional”.

Además, el modelo de MRW hace predicciones cuantitativas sobre la velocidad de convergencia para el estado estable. Dado y^* el nivel de estado estable del ingreso per cápita, por la ecuación (15) y dado $y(t)$ como el valor actual en el tiempo t . Aproximada alrededor del estado estable, la velocidad de convergencia está dada por:

$$\text{Donde: } \frac{d \ln(y(t))}{dt} = \lambda [\ln(y^*) - \ln(y(t))]$$

El modelo sugiere una regresión logaritmo natural para el estudio de las tasas de convergencia. La ecuación implica que:

$$\ln(y(t)) - \ln(y_{(0)}) = (1 - e^{-\lambda t}) \left(\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta} \right) \ln(s_k) + (1 - e^{-\lambda t}) \left(\frac{\beta}{1-\alpha-\beta} \right) \ln(s_h) - (1 - e^{-\lambda t}) \left(\frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta} \right) \ln(n+g+d) - (1 - e^{-\lambda t}) \ln(y_{(0)}) \quad (16)$$

Así, en el modelo de MRW el crecimiento del ingreso es una función de los determinantes del último estado estacionario y del nivel inicial de ingreso, entre más negativo sea el coeficiente mayor será la fuerza de convergencia. Antes de presentar los resultados sobre convergencia debemos hacer notar la diferencia entre la regresión anterior y aquellas que se presentaron en los apartados previos. Las regresiones para el modelo de Solow-Swan, igual que el modelo de MRW son válidas sólo si los países se encuentran en su estado estacionario o si las desviaciones del estado estacionario son aleatorias.

3.4. Hipótesis de la investigación

La investigación se ha construido sobre la siguiente hipótesis de trabajo:

1. *El impacto de la inversión en capital humano sobre el crecimiento*

económico de un país es el principal determinante para lograr la convergencia condicional. El capital humano es un factor determinante del crecimiento económico ya que es fundamental en la evolución de la especialización de los países (Afonso, 2012). El proceso de convergencia condicional determinado por la acumulación de capital humano puede ser mejorado (en términos de crecimiento económico) con la transferencia de tecnología desde los países desarrollados hacia las economías en desarrollo. Cuando un país tiene un mayor nivel de capital humano aumenta su capacidad de absorción (Nelson y Phelps, 1966; Benhabib y Spiegel, 1994). A través de este proceso los países en desarrollo pueden tener estructuras productivas con más contenido tecnológico mediante la imitación. Sin embargo, una imitación exitosa necesita un umbral mínimo de capital humano (Vandenbussche, Aghion y Meghir, 2006; Teixeira y Fortuna, 2011).

4. METODOLOGÍA

Para demostrar que el incremento del Producto Interno Bruto per cápita se encuentra explicado por las diferencias entre países en sus variables: ahorro, educación y crecimiento de la población en edad laboral, se lleva a cabo un análisis de regresión entre países. Esta metodología permite identificar si las variables mencionadas son estadística y económicamente significativas para determinar el crecimiento de los diferentes grupos de países, al asumir implícitamente que los países poseen similares características estructurales (por ejemplo, la tecnología y patrones institucionales).

4.1. Datos y muestras

Los datos son del Centro para la Comparación Internacional de la Universidad de Pennsylvania, *World Penn Table 8.0* (Feenstra, Inklaar y Timmer, 2015). El conjunto de datos incluye el ingreso per cápita, la inversión y la población. Los datos son anuales y cubren el periodo 1985-

2011. Se mide n como la tasa promedio de crecimiento de la población en edad laboral, que es definida como personas entre 15 y 64 años que potencialmente podrían ser económicamente activas. Se mide ($s = I/PIB$) como la participación promedio de la formación bruta de capital en el Producto Interno Bruto (PIB) a precios corrientes y (Y/L) como el PIB a precios corrientes en 1985, dividido por la población en edad laboral en ese año.

Se consideran dos muestras de países, 67 no petroleros (Camerún, Etiopía, Kenia, Madagascar, Malawi, Malí, Marruecos, Nigeria, Senegal, Tanzania, Túnez, Zambia, Zimbabue, Bangladesh, Hong Kong, India, Israel, Japón, Jordania, Korea del Sur, Malasia, Pakistán, Filipinas, Singapur, Sri Lanka, Siria, Tailandia, Austria, Bélgica, Dinamarca, Finlandia, Francia, Grecia, Alemania, Irlanda, Italia, Holanda, Noruega, Portugal, España, Suiza, Suecia, Turquía, Reino Unido, Canadá, Costa Rica, República Dominicana, El Salvador, Guatemala, Honduras, Jamaica, México, Panamá, Estados Unidos, Argentina, Bolivia, Brasil, Chile, Colombia, Ecuador, Paraguay, Perú, Uruguay, Venezuela, Australia, Indonesia y Nueva Zelanda) y 24 pertenecientes a la OCDE (Japón, Austria, Bélgica, Dinamarca, Finlandia, Francia, Grecia, Alemania, Irlanda, Italia, Holanda, Noruega, Portugal, España, Suecia, Suiza, Turquía, Reino Unido, Canadá, México, Estados Unidos, Chile, Australia y Nueva Zelanda), se utiliza la clasificación realizada por Mankiw, Romer y Weil, (1992),⁵ además de considerar la disponibilidad de los datos. El software estadístico utilizado para elaborar las estadísticas y las gráficas fue *STATA 12*.

Para instrumentar el modelo de MRW nuestro objetivo se restringe a la inversión en capital humano en la forma de educación. De acuerdo con la revisión empírica, se decidió utilizar como variable *proxy* para la tasa de acumulación de capital humano ($sh = CCHOOL$), el número promedio de años de educación recibida por las personas de entre 25 y mayores, convertidos a partir de los niveles del logro educativo utilizando duraciones oficiales de cada nivel. Los datos fueron obtenidos del Instituto de Estadística de la UNESCO (2013) y basados en la metodología de Barro y Lee (2013). En el cuadro 2 se muestran las variables utilizadas en el modelo.

5 Aunque en la clasificación original los autores no consideraron a México y a Chile dado que aún no formaban parte de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos, en esta investigación si se incluyen

Cuadro 2

Descripción de variables

Mnemonic	Variable	Unidad de Medición	Fuente de Datos
PIB (I/PIB)	PIB Real	Millones de US\$ a precios de 2005	PWT 8.1
	Inversión Real	(% PIB)	PWT 8.1
	Prororción de la Formación de capital bruto	(% PIB)	PWT 8.1
	Proporción del consumo de gobierno	(% PIB)	PWT 8.1
L n	Población en edad laboral	Millones de personas	PWT 8.1
	Población en edad laboral (tasas de crecimiento)	Millones de personas	PWT 8.1
d	Tasa de depreciación promedio de la acumulación de capital	Tasa	PWT 8.1
g	Tasa de crecimiento de la tecnología (fijada como 0.02)	Tasa	PWT 8.1
		Número promedio de años de educación recibida (entre 25 años y mayores)	Barro y Lee (2013)
SCHOOL	Capital Humano		

Fuente: Elaboración propia.

5. RESULTADOS**5.1. Modelo de Solow-Swan (SS)**

Se estima la ecuación (11) en dos versiones, con y sin la restricción de que los coeficientes en γ y δ son iguales en magnitud y con signo opuesto. Se asume que δ es 0.05, ya que los datos muestran una tasa constante de depreciación del capital que ronda el 0.03 y asumimos como fijo, en 0.02, la tasa de crecimiento de la tecnología; la variación ligera en esta suposición tiene un efecto mínimo sobre las estimaciones. En el cuadro 3 se reportan los resultados.

Cuadro 3

Regresión no restringida y restringida del modelo de Solow

Regresión No Restringida		
Var. Dependiente:	Log PIB per Cápita	Log PIB per Cápita
Variables Explicativas	Muestra (1) Países No petroleros	Muestra (2) OCDE
$\ln(I/PIB)_t$	1.48731*** (0.314542)	0.2847652 (0.579640)
$\ln(n+g+d)_t$	-4.792937*** (0.793486)	-2.048373** (0.924751)
Constante	-1.589896 (-2.487866)	4.84533 (-3.032825)
Observaciones	67	24
R-Cuadrada Ajustada	0.65	0.17
s.e.e.	0.73	0.32
Regresión Restringida		
$\ln(I/PIB)_t - \ln(n+g+d)_t$	2.26133*** (-0.225788)	0.871531** (-0.414383)
Constante	6.600396*** (0.267889)	9.05855*** (0.597997)
Observaciones	67	24
R-Cuadrada Ajustada	0.60	0.13
s.e.e	0.79	0.32
Prueba de Restricción		
p-values	0.0015	0.1715
^a Implicada	0.59	0.22

Fuente: Elaboración propia, el error estándar se encuentra entre paréntesis,

*** p<0.01, **p<0.05, * p<0.1

De acuerdo con la evidencia empírica, se puede observar que existen elementos que apoyan el modelo de Solow-Swan. Los coeficientes del crecimiento del ahorro y la fuerza laboral presentan los signos previstos, además de ser altamente significativos, con excepción del coeficiente de ahorro para la muestra de los países pertenecientes a la OCDE. Por otra parte, la restricción de que los coeficientes en $\ln(s)$ y $\ln(n+g+d)$ son iguales en magnitud y con signo opuesto, se rechaza para la primera muestra,

pero para la segunda resulta estadísticamente significativa. Finalmente, y quizás lo más relevante, es que estas variables explicativas determinan una porción considerable del ingreso per cápita. En la regresión para los países no petroleros, por ejemplo, el coeficiente de determinación ajustado es 0.65.

Sin embargo, el modelo no es completamente satisfactorio. En particular los impactos estimados de las tasas de ahorro y fuerza laboral son muchos mayores a los que el modelo de Solow-Swan predice. El valor de β de los coeficientes debería igualar a la participación del capital en el ingreso, que es de aproximadamente un tercio. Las estimaciones, no obstante, implican un valor de β que es mucho mayor (0.59). Lo que contradice fuertemente la predicción de que $\alpha = 1/3$.

Ya que las estimaciones implican una participación del capital tan elevado es inapropiado concluir que el modelo de Solow-Swan es exitoso sólo porque la regresión en el cuadro 3 puede explicar una alta proporción de la variación en el ingreso per cápita. Sin embargo, el excelente ajuste de la regresión resulta prometedor para la teoría del crecimiento en general. Esto quiere decir que las teorías basadas en variables fácilmente observables podrían ser capaces de explicar la mayor parte de la variación del ingreso per cápita entre las naciones.

5.2. Modelo ampliado de Solow-Swan (MRW)

El cuadro 3 contiene los resultados obtenidos en la regresión del logaritmo del ingreso per cápita respecto al logaritmo de la tasa de inversión, el logaritmo de $(n + d + g)$ y el logaritmo del porcentaje de la población en edad laboral que cuenta con un determinado número de años de educación recibida. La medición del coeficiente de capital humano se presenta como estadísticamente significativo en las dos muestras, lo cual ocasiona que se reduzca considerablemente el tamaño del coeficiente de la inversión en capital físico y mejora el ajuste de la regresión comparada con el cuadro 3. Estas tres variables explican 81% de la variación en el ingreso per cápita entre países no productores de petróleo y 74% para los países de la OCDE.

Cuadro 4

Regresión no restringida y restringida del modelo aumentado de Solow-Swan

Regresión No Restringida		
Var. Dependiente:	Log PIB per Cápita	Log PIB per Cápita
Variabes Explicativas	Muestra (1) Países No pretroleros	Muestra (2) OCDE
In (I/PIB)_t	0.767435*** (-0.249689)	0.5483571 (-0.323419)
In(n+g+d)_t	-2.458302*** (-0.659591)	-1.10313* (-0.5301347)
In (SCHOOL)_t	1.759415*** (-0.2387061)	1.727134*** (-0.2482775)
Constante	-0.1071216 (-1.833707)	3.799334** (-1.68726)
Observaciones	67	24
R-Cuadrada Ajustada	0.81	0.74
s.e.e.	0.54	0.17
Regresión Restringida		
In(I/PIB)_t - In(n+g+d)_t	0.756562 (-0.229105)	0.235802 (-0.247215)
In(SCHOOL)_t - In(n+g+d)_t	1.77502*** (0.201277)	1.539464** (-0.217295)
Constante	-0.295371 0.802706	1.874382* -1.067146
Observaciones	67	24
R-Cuadrada Ajustada	0.81	0.73
s.e.e	0.53	0.18
Prueba de Restricción		
P-values	0.91	0.16
^aImplicada	0.21	0.08
^βImplicada	0.5	0.55

Nota : Los errores se encuentran en paréntesis. Las tasas de crecimiento de la inversión y la población son para el periodo 1985-2011. (g+d) es asumida como 0.05, SCHOOL es el promedio de años de educación recibida por las personas de entre 25 y mayores.

Los resultados en el cuadro 4 apoyan fuertemente el modelo de MRW con capital humano, muestran que el modelo aumentado predice que los coeficientes en $\ln\left(\frac{I}{\text{PIB}}\right)$, $\ln(SCHOOL)$ y $\ln(n + g + d)$ sumen cero. La parte inferior de la segunda mitad del cuadro 4 muestra que, para las dos muestras, esta restricción no se rechaza, para la primera se obtiene un 0.91 de que los tres coeficientes suman cero, mientras que para la muestra de los países de la OCDE es de 0.16. Las últimas líneas del cuadro proveen los valores de α y β obtenidos de los coeficientes en la regresión restringida. Para la muestra de los países no productores de petróleo, α y β son aproximadamente 0.21 y 0.50; además de ser estadísticamente significativas son acordes con lo establecido por la teoría.⁶ Las estimaciones para los países pertenecientes a la OCDE son ligeramente menos precisas.

Se concluye que agregar el capital humano al modelo de Solow-Swan mejora su desempeño. Al introducir esta variable se eliminan las anomalías (los altos coeficientes en inversión y en el crecimiento de la fuerza laboral del cuadro 3) que se presentan cuando el modelo de Solow-Swan básico es confrontado con los datos. Los parámetros estimados son bastante razonables con respecto a lo que establece la teoría.

5.3 Estimación del concepto de convergencia condicional⁷

Ahora se prueba la predicción de la convergencia del modelo de Solow-Swan. Se reportan las regresiones de la diferencia de los logaritmos del ingreso per cápita para el periodo 1985-2011 sobre el logaritmo del ingreso per cápita en 1985, con y sin el control de la inversión, la tasa de crecimiento de la fuerza laboral y el promedio de años de escolaridad.

En el cuadro 5 el logaritmo del ingreso per cápita de 1985 aparece sólo en el lado derecho de la ecuación. El coeficiente en el nivel inicial de ingreso

6 Se utilizan los coeficientes estimados en y para inferir los valores de α y β .

7 Para desarrollar el análisis de convergencia se obtiene la diferencia logarítmica del PIB per cápita sobre el periodo que comprende 1985 - 2011, respecto al logaritmo natural del PIB per cápita en 1985 únicamente y después agregando la inversión, el crecimiento de la población en edad laboral y el promedio de años de escolaridad de los adultos. Un valor positivo indicaría una divergencia, mientras que un valor negativo sería evidencia de convergencia.

per cápita es positivo (0.1159783) y estadísticamente significativo para la muestra de países no petroleros y su coeficiente de determinación es 0.10. No existe tendencia para los países no productores de petróleo de crecer más rápido en promedio que los países ricos. Sin embargo, en el cuadro 5 se observa que existe una tendencia significativa hacia la convergencia en la muestra para países pertenecientes a la OCDE. El coeficiente en el nivel inicial de ingreso per cápita es significativamente negativo (-.2605) y el coeficiente de determinación de la regresión es de 0.17.

Cuadro 5

Pruebas para la convergencia incondicional

Regresión No Restringida		
Var. Dependiente:	D(ln(PIB2011)-ln(PIB1985))	
	Muestra (1)	Muestra (2)
Variables Explicativas	Países No petroleros	OCDE
In (PIB1985)_t	0.115978*** (-0.041122)	-0.2605414*** (-0.089102)
Constante	-0.4667517 (-0.355307)	3.150098*** (-0.863303)
Observaciones	67	24
R-Cuadrada Ajustada	0.1	0.17
s.e.e.	0.36	0.32

Fuente: Elaboración propia, el error estándar se encuentra entre paréntesis, ***p<0.01,

**p<0.05, *p<0.1

El cuadro 6 incorpora las mediciones de las tasas de inversión y crecimiento de la fuerza laboral del lado derecho de la ecuación de regresión. En las dos muestras el coeficiente del nivel inicial de ingreso es ahora negativo, sin embargo, para la primera muestra es prácticamente cero, mientras la segunda presenta un valor de -0.3226746; esto quiere

decir que existe fuerte evidencia de convergencia incondicional para la segunda muestra. Además, la inclusión de las tasas de inversión y fuerza laboral mejoran sustancialmente el ajuste de la regresión.

Cuadro 6

Pruebas para la convergencia condicional (Reg. no restringida)

Regresión No Restringida

Var. Dependiente:	D(ln(PIB2011)-ln(PIB1985))	D(ln(PIB2011)-ln(PIB1985))
	Muestra (1)	Muestra (2)
Variables Explicativas	Países No petroleros	OCDE
$\ln(\text{PIB1985})_t$	-0.0715847 (-0.055195)	-0.3226746*** (-0.088807)
$\ln(I/\text{PIB})_t$	0.4338173*** (-0.149088)	0.24173 (-0.300487)
$\ln(n+g+d)_t$	-1.156723*** (-0.404005)	-0.859436* (-0.5040225)
Constante	-1.316739 (-1.07022)	1.634511 (-1.627346)
Observaciones	67	24
R-Cuadrada Ajustada	0.33	0.42
s.e.e.	0.32	0.16

Fuente: Elaboración propia. **Nota :** Los errores se encuentran en paréntesis. PIB1985 es el PIB per cápita en el año 1985, las tasas de inversión y crecimiento de la fuerza laboral son promedios para el periodo 1985-2011. (g+d) se asume como 0.05.

En el cuadro 7 se agrega la medición del capital humano al lado derecho de la regresión. Esta nueva variable disminuye considerablemente el coeficiente del nivel inicial de ingreso y nuevamente mejora el ajuste de la regresión.

Las gráficas 1 y 2 ofrecen una demostración gráfica de la hipótesis de convergencia, en la primera, se observa que la gráfica de dispersión formada por la variable tasa de crecimiento del ingreso per cápita anual, promediada para 1985-2011, y la variable logaritmo del ingreso per cápita para el año 1985 exhiben una relación creciente. Lo que sugiere que la hipótesis de convergencia no se cumple o, al menos, no de una forma marcada.

Cuadro 7

Pruebas para la convergencia condicional (Reg. no restringida)

Regresión No Restringida

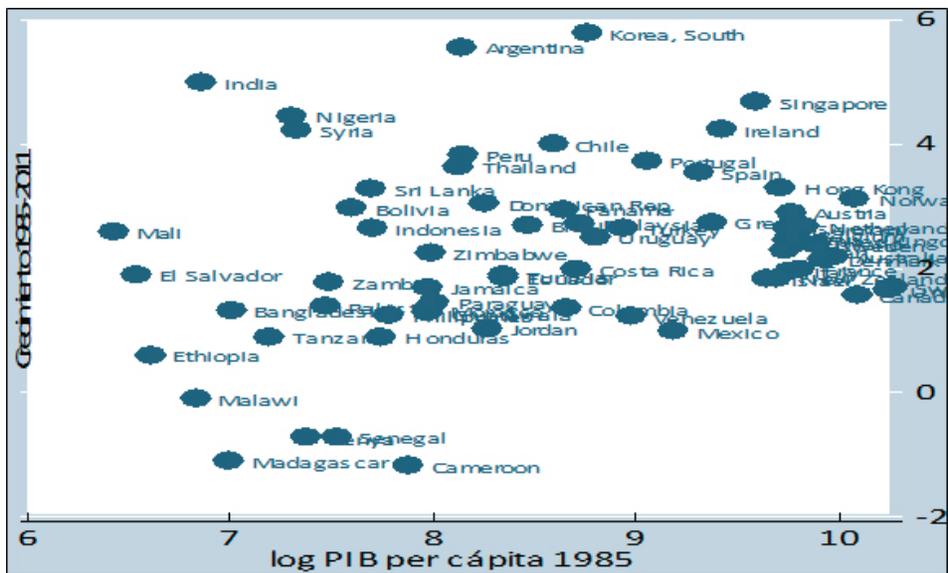
Var. Dependiente:	D(In(PIB2011)-In(PIB1985))	
	Muestra (1)	Muestra (2)
Variables Explicativas	Países No petroleros	OCDE
	In (PIB1985) _t	-0.1780584** (-0.0713557)
In(I/PIB) _t	0.3903441*** (-0.1457612)	0.3925396 (-0.2682852)
In(n+g+d) _t	-1.040921** (-0.394874)	-0.8409324* (-0.4401249)
In(SCHOOL) _t	0.4083832** (0.1811435)	0.8785078** (-0.3266035)
Constante	-1.009665 (-1.046055)	2.350927 (-1.445613)
Observaciones	67	24
R-Cuadrada Ajustada	0.38	0.58
s.e.e.	0.3	0.14

Fuente: Elaboración propia, el error estándar se encuentra entre paréntesis, ***p<0.01,

**p<0.05, *p<0.1

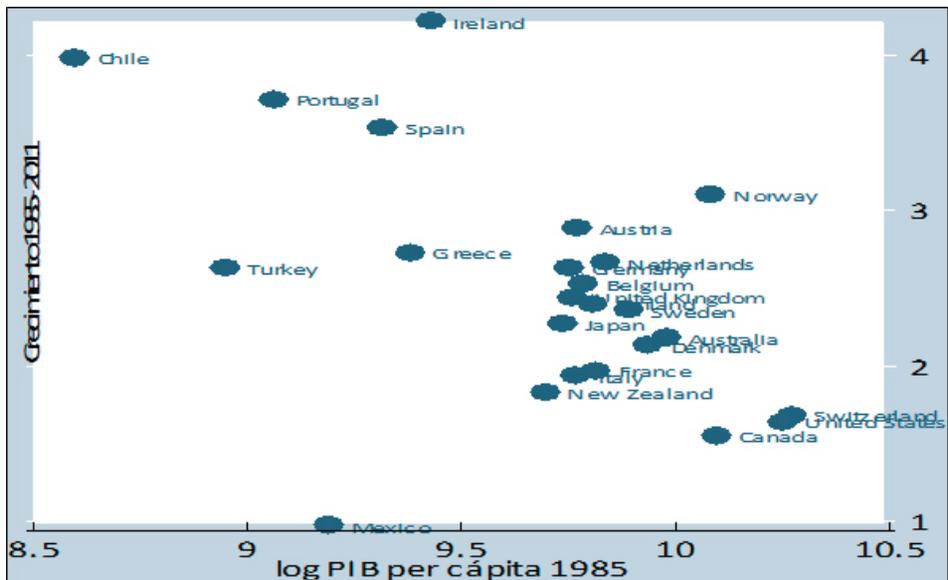
Gráfica 1

Convergencia de países no productores de petróleo



Gráfica 2

Convergencia de países pertenecientes a la OCDE



La gráfica de dispersión construida con las mismas variables para los países pertenecientes a la OCDE y para los cuales se dispone de datos presenta una relación decreciente, lo que evidencia el cumplimiento de la hipótesis de convergencia.

Los resultados en los cuadros 6 y 7 son notables, no sólo para el descubrimiento de la convergencia, sino para la tasa a la cual ocurre la misma. Las estimaciones del cuadro 7 se encuentran más cercanas a lo que predice el modelo aumentado de Solow-Swan. Los resultados empíricos de los modelos de regresión que incluyen el capital humano implican una tasa de convergencia más rápida que la de los resultados empíricos sin capital humano. De aquí que, una vez más, la inclusión del capital humano puede ayudar a explicar algunos resultados que se presentan como anómalos si se utiliza el modelo de Solow-Swan básico que no incluye capital humano. El cuadro 8 presenta las estimaciones de la ecuación (16) imponiéndole la restricción de que los coeficientes en β_1 y β_2 suman cero. Se observa que para el caso de la muestra 1, ambas restricciones son estadísticamente significativas, mientras que para la muestra 2, únicamente la variable que representa el capital humano es estadísticamente significativa, pero su coeficiente de determinación es sumamente alto (0.57).

La evidencia empírica señala que el estudio de la convergencia no muestra una falla por parte del modelo de MRW. Después de controlar aquellas variables que el modelo establece como determinantes del estado estable existe una convergencia sustancial en el ingreso per cápita para los países que pertenecen a la OCDE y cuyo valor es -0.5860. Por otro lado, cuando la muestra se amplía a los países no productores de petróleo, la convergencia se vuelve más débil con un coeficiente de -0.18.

Cuadro 8

Pruebas para la convergencia condicional (Reg. restringida)

Regresión No Restringida

Var. Dependiente:	Log PIB per Cápita	Log PIB per Cápita
	Muestra (1)	Muestra (2)
Variabes Explicativas	Países No petroleros	OCDE
$\ln(\text{PIB1985})_t$	-0.1801793	-0.5613236***
	-0.070797	-0.1164393
$\ln(\text{I/PIB})_t - \ln(n+g+d)_t$	0.4179406***	0.2803815
	-0.1337887	-0.1940983
$\ln(\text{SCHOOL})_t - \ln(n+g+d)_t$	0.4471944***	0.7660824***
	-0.1621842	-0.2667189
Constant	-0.5463675	1.630989**
	-0.4579285	-0.83879
Observaciones	67	24
R-Cuadrada Ajustada	0.38	0.57
s.e.e.	0.3	0.14
Prueba de Restricción		
p-values	0.62	0.54

Fuente: Elaboración propia, el error estándar se encuentra entre paréntesis, ***p<0.01,

**p<0.05, *p<0.1

6. CONCLUSIONES

Se ha sugerido que las diferencias internacionales en el ingreso per cápita pueden ser mejor entendidas, si se utiliza el modelo de crecimiento de MRW aumentado con acumulación de capital humano. En este modelo el

crecimiento del Producto Interno Bruto per cápita se encuentra determinado por el crecimiento de la acumulación de capital físico, la fuerza laboral y, fundamentalmente, por la acumulación de capital humano.

Este modelo de crecimiento económico muestra que a pesar de la ausencia de externalidades la acumulación de capital físico tiene un mayor impacto sobre el ingreso per cápita del que supone el modelo básico de Solow-Swan. Una mayor tasa de ahorro (inversión) lleva a un mayor ingreso en el estado estable; esto a su vez conduce a un mayor nivel de capital humano, incluso si la tasa de acumulación de capital humano permanece sin cambio. De esta manera, un mayor ahorro aumenta la productividad total de los factores.

El crecimiento de la fuerza laboral también tiene un mayor impacto en el ingreso per cápita del que indica el modelo básico. En éste, un mayor crecimiento de la población en edad laboral disminuye el ingreso debido a que la disponibilidad del capital tiene que ser repartida de forma más escasa sobre la población de trabajadores. En el modelo MRW el capital humano también debe repartirse de forma escasa, lo que implica que ante un mayor crecimiento de la fuerza laboral disminuirá la productividad total de factores. Una vez más, este efecto es importante cuantitativamente. En el modelo básico con una participación del capital de un tercio la elasticidad del ingreso per cápita con respecto a λ es de $-1/2$. En el modelo MRW dicha elasticidad es de -2 .

Por su parte, los coeficientes de la acumulación de capital humano duplican a los coeficientes de la acumulación de capital físico para ambas muestras. Otra característica fundamental es que su inclusión deriva en un incremento considerablemente mayor en el poder explicativo del modelo, al alcanzar más de $2/3$ de la determinación del ingreso per cápita. Respecto a su papel en la determinación de la convergencia condicional el capital humano parece ser la variable determinante para controlar la brecha de convergencia y ejercer una influencia significativa en el crecimiento del ingreso real.

El modelo también tiene implicaciones para la dinámica de la economía, cuando esta no se encuentra en el estado estable. El modelo predice que los países con tasas similares de acumulación de capital y crecimiento de la fuerza laboral deberían converger en el ingreso per

cápita, tal es el caso de las economías pertenecientes a la OCDE. Para las economías en desarrollo la historia parece ser diferente, ya que a pesar de tener coeficientes de acumulación de capital físico similares a las economías desarrolladas (0.3925), sus coeficientes de acumulación de capital humano son diametralmente opuestos, (0.4083) para los países no productores de petróleo y (0.8785) para las economías desarrolladas. Lo anterior tiene como consecuencia una mayor velocidad de convergencia para estas últimas.

En general, los resultados indican que el modelo MRW sigue siendo consistente con la evidencia internacional si se reconoce la importancia tanto del capital humano como del capital físico. El modelo de crecimiento económico establece que las diferencias en ahorro, educación y crecimiento de la población en edad laboral deberían explicar las diferencias entre países en el ingreso per cápita. El examen de los datos indica que estas tres variables realmente explican la mayor parte de la variación internacional del ingreso.

Finalmente, la aspiración de este trabajo de investigación es que la combinación de elementos teóricos y aplicados permita una aproximación más rigurosa a los modelos de crecimiento económico, específicamente al modelo de MRW con acumulación de capital humano. También pretende ser una vía atractiva para la aplicación de las matemáticas en problemas reales.

Referencias

- Acemoglu, D.S. Johnson y J.A. Robinson. 2001. "The colonial origins of comparative development: An empirical investigation", *The American Economic Review*, 91 (5): 1369-1401.
- Afonso, O. 2012. "Diffusion and directed technological knowledge, human capital and wages", *Economic Modelling*, 3: 370-382.
- Barro, R. 1990. "Government spending in a simple model of endogenous growth", *Journal of political Economy*, 98 (I): 103-125.
- _____. 1991. "Economic growth in a cross section of countries", *The Quarterly Journal of Economics*, 106 (2): 407-443.

- _____. 2009. *Crecimiento económico*, Barcelona, Editorial Reverté.
- Barro, R. y J.W. Lee. 2013. “A new data set of educational attainment in the world, 1950-2010”, *Journal of Development Economics*, 104 (C): 184-198.
- Benhabib, J. y M.M. Spiegel, 1994. “The role of human capital in economic development. Evidence from aggregate cross-country data”, *Journal of Monetary Economics*, 34: 143-173.
- Bodman, P. y T. Le. 2013. “Assessing the roles that absorptive capacity and economic distance play in the foreign direct investment-productivity growth nexus”, *Applied Economics*, 45 (8): 1027-1039.
- Breton, T.R. 2011. “The quality vs the quantity of schooling: What drives economic growth?”, *Economics of Education Review*, 30 (4): 765-773.
- Cass, D. 1965. “Optimum growth in an aggregative model of capital accumulation”, *Review of Economic Studies*, 32: 233-240.
- Domar, E.D. 1946. Capital expansion, rate of growth, and employment, *Econometrica*, 14: 137-147.
- Easterly, W. y R. Levine. 1997. “Africa’s growth tragedy: Policies and ethnic divisions”, *Quarterly Journal of Economics*, 112 (4): 1203-1250.
- Feenstra, R.C., R. Inklaar y M.P. Timmer. 2015. “The next generation of the Penn World Table” *American Economic Review*, 105 (10): 3150-3182.
- Hanushek, E.A. y L. Woessmann. 2012. “Schooling, educational achievement, and the Latin American growth puzzle”, *Journal of Development Economics*, 99 (2): 497- 512.
- Harrod, R.F. 1939. An essay in dynamic theory, *Economic Journal*, 49: 14-33.
- Hartwig, J. 2012. “Testing the growth effect of structural change”, *Structural Change and Economic Dynamics*, 23 (1): 11-24.
- Iqbal, N. y V. Daly. 2014. “Rent seeking opportunities and economic growth in transitional economies”, *Economic Modelling*, 37: 16-22.
- UNESCO. 2013. Instituto de Estadística, Centro de datos, <<http://stats.uis.unesco.org>>.
- Koopmans, T.C. 1965. On the concept of optimal economic growth, en Rand McNally, *Econometric Approach to Development Planning*, pp. 225-287, North-Holland.

- Levine, R. y D. Renelt. 1992. "A sensitivity analysis of cross-country growth regressions", *The American Economic Review*, 82 (4): 942-963.
- Lucas, R. 1988. On the mechanics of economic development, *Journal of Monetary Economics*, 22 (1): 3-42.
- Malthus, T.R. 1798. *An Essay on the Principle of Population*, London: W. Pickering, 1986.
- Mankiw, N.G., D. Romer y D.N. Weil. 1992. "A contribution to the empirics of economic growth", *The Quarterly Journal of Economics*, 107: 407-437.
- Mauro, P. 1995. "Corruption and growth", *The Quarterly Journal of Economics*, 110 (3): 681-712.
- Moral-Benito, E. 2012. "Determinants of economic growth: A Bayesian panel data approach", *The Review of Economics and Statistics*, 94 (2): 566-579.
- Nelson, R.R. y E.S. Phelps. 1966. "Investment in humans, technological diffusion and economic growth", *The American Economic Review*, 56 (1/2): 69-75.
- Ramsey, F.P. 1928. "A mathematical theory of saving", *Economic Journal*, 38(152): 543-559.
- Ricardo, D. 1817. On the principles of political economy and taxation, en P. Sraffa (comp.).1951. *Works and Correspondence of David Ricardo*, vol. I, Cambridge University Press.
- Romer, P.M. 1986. Increasing returns and long-run growth, *The Journal of Political Economy*, 94(5): 1002-1037.
- . 1990. "Endogenous technological change", *Journal of Political Economy*, 98(5): 71-102.
- Schumpeter, J.A. 1934. *The Theory of Economic Development: An Inquiry into Profits, Capital, Credit, Interest and the Business Cycle*, Harvard Economic Studies 46, Harvard University Press.
- Smith, A. 1977 [1776]. *An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*, University of Chicago Press.
- Solow M.R. 1956. "A contribution to the theory of economic growth", *The Quarterly Journal of Economics*, 70 (1): 65-94.

- _____. 2000. “Unemployment in the United States and in Europe - A contrast and the reasons”, CESifo Working Paper Series, núm. 231.
- Swan, T.W. 1956. “Economic growth and capital accumulation”, *The Economic Record*, 32: 334–361.
- Teixeira, A.A.C. y N. Fortuna. 2011. “Human capital, R&D, trade, and long-run productivity. Testing the technological absorption hypothesis for the Portuguese economy, 1960–2001”, *Research Policy*, 39 (3): 335-350.
- Temple, J. 1999. “A positive effect of human capital on growth”, *Economics Letters*, 65: 131-134.
- _____ y L. Woessmann. 2006. “Dualism and cross-country growth regression”, *Journal of Economic Growth*, 11 (3): 187-228.
- Vandenbussche, J., P. Aghion, y C. Meghir. 2006. “Growth, distance to frontier and composition of human capital”, *Journal of Economic Growth*, 11: 97-127.

ANEXO

Núm.	País	Muestra		PIB per cápita		Tasa de crecimiento 1985-2011		I/Y	SCHOOL
		i	0	1985	2011	PIB	POB EN.L.		
1	Cameroon	1	0	2676.03	1847.36	-1.1901	2.5247	12.54	5.90
2	Ethiopia	1	0	748.97	776.32	0.5870	2.8423	10.05	2.40
3	Kenya	1	0	1609.68	1290.18	-0.7319	2.9592	11.18	6.30
4	Madagascar	1	0	1101.88	752.55	-1.1061	3.0263	10.76	5.20
5	Malawi	1	0	936.83	783.68	-0.1110	2.9860	17.47	4.20
6	Mali	1	0	624.28	931.06	2.5642	2.6277	13.29	2.00
7	Morocco	1	0	2928.18	3567.82	1.3118	1.4738	25.50	4.40
8	Nigeria	1	0	1506.56	2336.52	4.4319	2.4873	6.64	5.20
9	Senegal	1	0	1874.17	1396.36	-0.7283	2.8036	13.09	4.50
10	Tanzania	1	0	1348.66	1249.46	0.8796	2.8251	20.03	5.10
11	Tunisia	1	0	4285.31	6529.91	1.8745	1.4676	20.50	6.50
12	Zambia	1	0	1805.84	2028.08	1.7526	2.6933	13.46	6.50
13	Zimbabwe	1	0	2975.30	4344.50	2.2339	1.5133	13.52	7.20
14	Bangladesh	1	0	1116.72	1533.63	1.3024	1.9311	18.57	5.10
15	Hong Kong	1	0	16734.38	37976.32	3.2783	1.0673	26.25	10.00
16	India	1	0	962.42	3533.42	4.9665	1.7993	21.65	4.40
17	Israel	1	0	15667.98	24784.66	1.8145	2.3725	25.25	12.50
18	Japan	1	1	17069.54	30029.72	2.2681	0.2167	28.71	11.50
19	Jordan	1	0	3956.58	5005.39	1.0079	3.2226	25.07	9.90
20	Korea, South	1	0	6453.24	26955.06	5.7634	0.7157	33.37	11.80
21	Malaysia	1	0	6224.97	13252.05	2.7047	2.3712	38.07	9.50
22	Pakistan	1	0	1774.76	2454.47	1.3710	2.4369	14.73	4.70
23	Philippines	1	0	2429.34	3496.80	1.2221	2.2085	19.42	8.90
24	Singapore	1	0	14822.07	50639.06	4.6546	2.5260	40.89	10.10
25	Sri Lanka	1	0	2227.64	4636.14	3.2657	1.0240	20.17	10.80
26	Syria	1	0	1544.53	3884.99	4.2079	2.6576	12.89	6.60
27	Thailand	1	0	3425.25	8359.57	3.6208	1.1294	28.51	7.30
28	Austria	1	1	17647.19	36783.95	2.8810	0.4016	27.57	10.80
29	Belgium	1	1	17906.92	34885.27	2.5268	0.3314	26.28	10.90
30	Denmark	1	1	20799.15	35081.94	2.1291	0.3176	23.76	12.10
31	Finland	1	1	18323.36	33262.10	2.3949	0.3659	25.92	10.30
32	France	1	1	18449.76	31037.31	1.9638	0.5384	21.42	11.00
33	Germany	1	1	17340.59	34179.47	2.6271	0.2081	22.50	12.90
34	Greece	1	1	11938.60	23412.69	2.7223	0.5238	24.84	10.20
35	Ireland	1	1	12512.72	36112.48	4.2147	0.9342	22.89	11.60
36	Italy	1	1	17586.60	28666.04	1.9316	0.2580	25.66	10.10
37	Netherlands	1	1	18835.03	37588.87	2.6607	0.5480	21.50	11.80
38	Norway	1	1	24103.48	51514.99	3.0994	0.6470	23.69	12.60
39	Portugal	1	1	8679.01	21966.90	3.7090	0.2642	27.61	8.00
40	Spain	1	1	11185.30	28188.90	3.5269	0.7150	27.52	9.50
41	Sweden	1	1	19891.09	35678.57	2.3567	0.4635	21.63	11.70
42	Switzerland	1	1	29114.96	44187.64	1.6783	0.6790	28.53	12.20

43	Turkey	1	1	7740.85	14287.56	2.6292	1.5699	19.67	7.40
44	United Kingdom	1	1	17420.13	31982.82	2.4372	0.3739	19.11	12.30
45	Canada	1	1	24481.40	34859.67	1.5477	1.1039	24.26	12.30
46	Costa Rica	1	0	6123.12	10094.00	1.9578	2.2117	12.01	8.30
47	Dominican Rep.	1	0	3897.59	8697.97	3.0292	1.7225	15.49	7.40
48	El Salvador	1	0	696.74	1116.33	1.8826	0.8694	18.40	6.30
49	Guatemala	1	0	2937.24	4238.21	1.2720	2.4061	8.38	5.30
50	Honduras	1	0	2336.31	2909.25	0.8802	2.3889	14.18	5.50
51	Jamaica	1	0	2936.32	5046.81	1.6723	0.7148	17.34	9.60
52	Mexico	1	1	9869.99	12578.70	0.9713	1.6059	21.48	8.40
53	Panama	1	0	5731.46	12011.90	2.9254	1.9256	17.02	9.40
54	United States	1	1	28479.55	42306.55	1.6363	1.0083	20.85	12.90
55	Argentina	1	0	3483.34	14360.23	5.5306	1.1549	18.90	9.80
56	Bolivia	1	0	2018.35	4151.27	2.9471	2.0514	11.82	9.20
57	Brazil	1	0	4824.85	9204.65	2.6747	1.4220	18.57	7.20
58	Chile	1	1	5455.19	15054.52	3.9786	1.3868	22.85	9.80
59	Colombia	1	0	5810.08	8310.88	1.3418	1.7524	20.87	7.10
60	Ecuador	1	0	4278.10	6731.96	1.8326	1.8853	22.14	7.60
61	Paraguay	1	0	3041.49	4329.12	1.4388	2.2609	17.36	7.70
62	Peru	1	0	3488.91	8811.53	3.8032	1.6268	20.69	8.90
63	Uruguay	1	0	6721.66	12507.67	2.4839	0.4536	18.95	8.40
64	Venezuela	1	0	8008.27	10217.82	1.2107	2.0967	21.71	8.60
65	Australia	1	1	21711.70	37835.41	2.1782	1.3914	27.81	12.70
66	Indonesia	1	0	2236.13	4288.50	2.6337	1.4263	20.48	7.50
67	New Zealand	1	1	16380.27	26396.38	1.8236	1.1486	21.22	12.50

Fuente: Elaboración propia con datos de la Penn World Table (PWT 8.1).